СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“- СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2011 г.

Тема за 7 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 20.12.2011 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Точките A, B, C, D, E и F лежат на една права в посочения ред. Известно е, че $AF = 120$ cm, $AB : BF = 1 : 2$, $BC : CF = 1 : 7$, $CD : DF = 2 : 5$ и $DF : DE = 5 : 3$. Да се намери EF.

А) 12 cm; **Б)** 24 cm; **В)** 20 cm; **Г)** 10 cm.

2. Ако n е цяло число, за което $\dfrac{(2^6.3^5)^3.2^5.3^8}{6^{24}} = 6^n$, то n е равно на:

А) -2; **Б)** -1; **В)** 0; **Г)** 12.

3. Да се намери броят на целите числа n, за които числото $\dfrac{42n + 2011}{2n + 7}$ също е цяло.

А) 0; **Б)** 2; **В)** 4; **Г)** 8.

4. Да се намери най-голямото четно трицифрено число, което дава остатък 22 при деление на 23.

А) 988; **Б)** 990; **В)** 968; **Г)** 970.

5. Дължината, ширината и височината на един правоъгълен паралелепипед били увеличени съответно с 5%, 10% и 20%. С колко процента се е увеличил обемът на паралелепипеда?

А) 38,8%; **Б)** 37,75%; **В)** 37,6%; **Г)** 38,6%.

6. Ако $a = 3$ и $b = 4$, а с $[x]$ се означава най-голямото цяло число, което не надминава x, да се намери

$$[-3,14] + \left[\frac{2011}{5}\right] - \left[\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right].$$

А) 395; **Б)** 396; **В)** 498; **Г)** друго число.

7. В един ред в киносалон има 30 стола. Когато Иван пристигнал, се оказало, че няма как да седне така, че и двата съседни стола да са празни. Какъв е най-малкият възможен брой заети столове?

А) 9; **Б)** 10; **В)** 15; **Г)** 20.

8. В $\triangle ABC$ с лице 980 cm^2 точките M и N са среди съответно на отсечките AB и CM, а точките P и Q са вътрешни съответно за отсечките AN и BN и ги делят в отношение $1 : 6$, считано от N. Да се намери лицето на четириъгълника $PMQN$.

А) 70; **Б)** 35; **В)** 49; **Г)** 98.

9. Да се намери остатъкът, който се получава при делението на $(2011^2 - 2013)^{2011}$ на 9.

А) 0; **Б)** 1; **В)** 2; **Г)** 7.

10. Да се намери броят на четните трицифрени естествени числа, които не се делят на 11.

А) 409; **Б)** 408; **В)** 400; **Г)** 410.

11. В триъгълник ABC ъглополовящите AA_1 и BB_1 ($A_1 \in BC$ и $B_1 \in AC$) се пресичат в точка O. Ако $2 \sphericalangle ACB = 5 \sphericalangle AOB_1$, да се намери $\sphericalangle ACB$.

12. Колко са двуцифрените естествени числа, със сума на цифрите им, равна на точен квадрат (например 27 е такова число, защото $2 + 7 = 3^2$).

13. Простите числа p и q са такива, че $p^2 + pq + q^2 = r^2$, където r е естествено число. Да се намерят всички възможни стойности на r.

14. Естествените числа a, b и c са такива, че $a^2 + b^2 + c^2 = 2011$ и $a \leq b \leq c$, а c приема минимална възможна стойност. Да се намерят всички възможни стойности на сумата $a + b + c$.

15. За някакви числа a и b съпоставяме на всяко число x числото $ax + b$. Да се намери сумата на числата a и b, ако е известно, че за всяко x на числото $ax + b$ се съпоставя числото $(a^2 - a + 2)x + 2013$.