

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011
7 клас

Времето за решаване е 120 минути.

Регламент : Всяка задача от 1 до 20 има само един правилен отговор от четири възможни (отбелязани с а), б), в), г)). За задачи 21, 22 и 23 трябва да бъдат записани само отговорите, а задачи 24 и 25 трябва да бъдат подробно решени. Задачите от 1 до 5 се оценяват с по 1 точка; задачи от 6 до 15 – с по 2 точки; задачи от 16 до 20 – с по три точки; задачи 21, 22 и 23 – с по 5 точки; задачи 24 и 25 – с по 10 точки. Неправилни решения и задачи без отговор се оценяват с 0 точки.

Организаторите Ви пожелават успех !

Име.....училище.....град.....

1. Числената стойност на израза $|-3 - |-5|| - 2^3$ е:

- а) 10 б) 0 в) - 16 г) 16

2. Успоредник има страни 6 см и 8 см и височина 7 см. Лицето на успоредника е равно на:

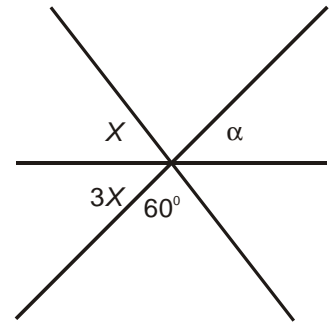
- а) 36 кв.см. б) 42 кв.см. в) 56 кв.см. г) 72 кв.см.

3. Да се приведе в нормален вид израза: $(x + y)x - (x^2 y + xy^2) : (-x) - 2xy$

- а) $x^2 - y^2$ б) $(x + y)^2$ в) $(x - y)^2$ г) $x^2 + y^2$

4. На чертежа ъгъл α е равен на:

- а) 30° б) 60° в) 90° г) 120°



5. Ако при $x = 1$ стойността на израза $\frac{3a - 2}{3} - 4x$ е 5, да се определи стойността му при $x = 5$.

- а) -11 б) 7 в) 13 г) 27

6. Намерете решенията на уравнението $x^{10} = \frac{(2^5)^3 \cdot 27^5}{96 \cdot 81^6}$.

- а) $\frac{2}{3}$ б) 1 в) $-\frac{2}{3}$ г) $\frac{2}{3}$ и $-\frac{2}{3}$

7. При коя стойност на k нормалният многочлен, тъждествен на израза $(x^2 + x - 1)(x - k)$ не съдържа x^2 ?

- а) 0 б) 2 в) 1 г) - 1

8. Ако в $\triangle ABC$ $\angle A = 2x$, $\angle B = 3x - 20^\circ$ и $\angle C = x + 50^\circ$, най-големият ъгъл е равен на:

- а) 75° б) 80° в) 85° г) 90°

9. Числото $3^{2008} + 3^{2009} + 3^{2010} + 3^{2011}$ НЕ СЕ ДЕЛИ на:

- а) 90 б) 10 в) 9 г) 70

10. Ако $x > 2$, опростете израза $|2 - x| - |x - 1|$.

- а) 1 б) 2 в) 0 г) - 1

11. Ъглополовящата на ъгъл при основата на равнобедрен триъгълник е равна на основата. Да се намери ъгълът срещу основата на триъгълника.

- а) 24° б) 36° в) 54° г) 72°

12. Стойността на израза $\frac{3,14^3 - 2,14^3}{3,14^2 + 3,14 \cdot 2,14 + 2,14^2}$ е:

- а) 3.14 б) 2.14 в) 1 г) 2

13. Произведението $(x^2 - 2x - 3)(1 - x)$ е равно на:

- а) $x^3 - 3x^2 + x - 3$ б) $-x^3 + 3x^2 + x - 3$ в) $-x^3 - 3x^2 + x + 3$ г) $-x^3 - 3x^2 + x - 3$

14. Дължината на страните на правоъгълник са цели числа, а лицето му е 20 кв.см. Каква е най-голямата възможна стойност на обиколката на правоъгълника?

- а) 24 б) 42 в) 18 г) 32

15. В тъждеството $54a^2b^3 - X = Y(9b^2 - 5a^2)$ X и Y са неизвестни едночлени. X е равен на:

- а) $30a^4b$ б) $15a^2b^2$ в) $12a^4b^4$ г) $30a^2b$

16. Даден е ъгъл, равен на 120° . През вътрешна точка на ъгъла са построени две прави: едната е перпендикулярна на едното рамо на ъгъла, а втората е успоредна на другото рамо. Да се намери по-малкият от ъглите, образувани при пресичането на двете прави.

- а) 20° б) 30° в) 50° г) 60°

17. Корените на уравнението $(x^2 - 1)^2 - (x - 1)^2 = 0$ са:

- а) -1 и 1 б) -1 и 0 в) -2, 0 и 1 г) -1, 0 и 1

18. Два от ъглите на триъгълника 65° и 87° . Намерете ъгъла между ъглополовящата и височината, построени през третия връх.

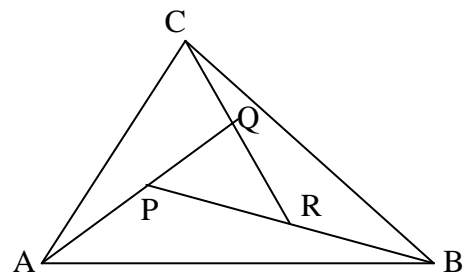
- а) 8° б) 10° в) 11° г) 15°

19. Има ли при разлагането на многочлена $a^3 + a - 10$ множител $a - 2$?

- а) не б) да – на I степен в) да – на II степен г) не може да се определи

20. Лицето на триъгълника PQR е 7 кв.см, като P е среда на AQ , Q е среда на CR и R е среда на BP . Намерете лицето на триъгълника ABC .

- а) 35 кв.см б) 49 кв.см в) 42 кв.см г) 56 кв.см



21. Да се разложи на множители многочлена

$$(a + 3b)^2 - 9(b - c)^2.$$

22. Дължината на правоъгълник е 3 пъти по-голяма от ширината му. Ако се намалят страните с по 5см, лицето на новият правоъгълник ще бъде със 175 кв.см по-малко от лицето на първоначалния. Намерете периметъра на първоначалния правоъгълник.

23. Нека x , y и z са такива числа, че $x : y : (z + 1) = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ и $x + y = z$. Намерете числата.

24. Да се докаже, ако m и n са рационални числа с еднакви знаци, то числото

$$C = (m^3 + m^2n - mn^2 - n^3)^2 - (m^3 - m^2n - mn^2 + n^3)^2$$
 е неотрицателно.

25. Страните на триъгълник се отнасят както 3:5:6 и най-малката страна е по-малка от средната с 6см. Намерете страните на триъгълника и отношението на височините му.

СМБ – Секция “Изток”
КОЛЕДНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ – 10.12.2011
 7 клас

Зад.№	отг.	отг.	отг.	отг.
1		б		
2		б		
3				г
4			в	
5	а			

Брой верни отговори 5 x 1 точка = 5 точки

Зад.№	отг.	отг.	отг.	отг.
6				г
7			в	
8	а			
9				г
10				г
11		б		
12			в	
13		б		
14		б		
15	а			

Брой верни отговори 10 x 2 точки = 20 точки

Зад.№	отг.	отг.	отг.	отг.
16		б		
17			в	
18			в	
19		б		
20		б		

Брой верни отговори 5 x 3 точки = 15 точки

Зад.№	Резултат	точки
21	$(a + 3c)(a - 3c + 6b)$	5
22	80 см	5
23	$x = -3/4, y = -1/2, z = -5/4$	5

Зад.№	ТОЧКИ
24	10
25	10

Общ брой точки	75
----------------	----

Решение на 24 задача

I вариант

$$C = (m^3 + m^2n - mn^2 - n^3)^2 - (m^3 - m^2n - mn^2 + n^3)^2$$

$$m^3 + m^2n - mn^2 - n^3 = m^2(m + n) - n^2(m + n) =$$

$$= (m^2 - n^2)(m + n) = (m + n)(m - n)(m + n) = (m + n)^2(m - n)$$

$$m^3 - m^2n - mn^2 + n^3 = m^2(m-n) - n^2(m-n) = (m^2 - n^2)(m-n) = (m+n)(m-n)(m-n) = (m+n)(m-n)^2 \quad 2 \text{ т.}$$

$$C = (m^3 + m^2n - mn^2 - n^3)^2 - (m^3 - m^2n - mn^2 + n^3)^2 = ((m+n)^2(m-n))^2 - ((m+n)(m-n)^2)^2 = ((m+n)^2(m-n) - (m+n)(m-n)^2) \cdot ((m+n)^2(m-n) + (m+n)(m-n)^2) = (m^2 - n^2)(m+n+m-n) \cdot (m^2 - n^2)(m+n-m+n) = (m^2 - n^2)^2 \cdot 2m \cdot 2n = 4mn(m^2 - n^2)^2 \quad 3 \text{ т.}$$

$$m \text{ и } n \text{ са с еднакви знаци} \Rightarrow m \cdot n > 0 \quad 1 \text{ т.}$$

$$(m^2 - n^2)^2 \geq 0 \quad (\text{равенство при } m = n) \quad 1 \text{ т.}$$

$$\Rightarrow C = 4m \cdot n \cdot (m^2 - n^2)^2 \quad 1 \text{ т.}$$

II вариант

$$C = (m^3 + m^2n - mn^2 - n^3)^2 - (m^3 - m^2n - mn^2 + n^3)^2 = (m^3 + m^2n - mn^2 - m^3 + m^3 - m^2n - mn^2 + n^3)(m^3 + m^2n - mn^2 - m^3 - m^3 + m^2n + mn^2 - n^3) = (2m^3 - 2mn^2)(2m^2n - 2n^3) = 2m(m^2 - n^2) \cdot 2m(m^2 - n^2) = 4mn(m^2 - n^2)^2$$

$$m \text{ и } n \text{ са с еднакви знаци} \Rightarrow m \cdot n > 0 \quad 1 \text{ т.}$$

$$(m^2 - n^2)^2 \geq 0 \quad (\text{равенство при } m = n) \quad 1 \text{ т.}$$

$$\Rightarrow C = 4m \cdot n \cdot (m^2 - n^2)^2 \quad 1 \text{ т.}$$

Решение на 25 задача

$$\text{Нека страните на триъгълника са } a, b, c. \text{ Тогава } a : b : c = 3 : 5 : 6 \Rightarrow a = 3x, b = 5x, c = 6x \quad 1 \text{ т.}$$

$$5x - 3x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow a = 9, b = 15, c = 18 \quad 2 \text{ т.}$$

$$a \cdot h_a = b h_b = c h_c \quad 1 \text{ т.}$$

$$a h_a = b h_b \quad 9 h_a = 15 h_b \quad \frac{h_a}{h_b} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} \quad 2 \text{ т.}$$

$$b h_b = c h_c \quad 15 h_b = 18 h_c \quad \frac{h_b}{h_c} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5} \quad 2 \text{ т.}$$

$$h_a : h_b = 5 : 3 = 10 : 6 \quad h_b : h_c = 6 : 5 \Rightarrow h_a : h_b : h_c = 10 : 6 : 5 \quad 2 \text{ т.}$$